

Marius PERIANU

Ioan BALICA

Paula BALICA

ESENȚIAL

Matematică

clasa a VII-a

II

art
educațional

ALGEBRĂ Capitolul 1. Calcul algebric

1.1.	Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere	7
1.2.	Înmulțirea și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere	11
1.3.	Ridicarea la putere cu exponent întreg a numerelor reale reprezentate prin litere	16
	<i>Teste de evaluare</i>	21
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (A1)</i>	23
1.4.	Formule de calcul prescurtat	25
1.5.	Metode de descompunere în factori	32
1.5.1.	Metoda factorului comun	32
1.5.2.	utilizarea formulelor de calcul prescurtat	35
1.5.3.	Metode combinate de descompunere în factori	39
	<i>Test de evaluare</i>	42
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (A2)</i>	43
1.6.	Ecuția de forma $x^2 = a$, unde $a \in \mathbb{Q}$	45
	<i>Test de evaluare</i>	48
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (A3)</i>	49
1.7.	Probleme cu caracter aplicativ	51

ALGEBRĂ Capitolul 2. Ecuatii și inecuații

2.1.	Relația de egalitate în mulțimea numerelor reale. Proprietăți	55
2.2.	Ecuatii de gradul I cu o necunoscută. Ecuatii reducibile la ecuații de gradul I cu o necunoscută	58
	<i>Teste de evaluare</i>	64
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (A4)</i>	65
2.3.	Relația de inegalitate $\leq$ pe mulțimea numerelor reale. Proprietăți ale relației de inegalitate. Inegalități algebrice	67
2.4.	Inecuații de forma $ax + b > 0$ ($<$, $\geq$, $\leq$), cu $a, b \in \mathbb{R}$ și $x \in \mathbb{Z}$	71
	<i>Teste de evaluare</i>	75
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (A5)</i>	77
2.5.	Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor și inecuațiilor	79
	<i>Test de evaluare</i>	82
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (A6)</i>	83
2.6.	Probleme cu caracter aplicativ	85

ALGEBRĂ Capitolul 3. Elemente de organizare a datelor

3.1.	Produsul cartezian a două mulțimi nevide. Reprezentarea punctelor în plan cu ajutorul sistemului de axe ortogonale. Distanța dintre două puncte din plan	89
------	--	----

3.2.	Reprezentarea și interpretarea unor dependențe funcționale prin tabele, diagrame și grafice	93
	<i>Teste de evaluare</i>	97
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (A7)</i>	99
3.3.	Probabilitatea realizării unor evenimente	101
	<i>Teste de evaluare</i>	104
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (A8)</i>	105
3.4.	Probleme cu caracter aplicativ	107

GEOMETRIE Capitolul 4. Relații metrice în triunghiul dreptunghic

4.1.	Proiecții ortogonale pe o dreaptă. Teorema înălțimii	111
4.2.	Teorema catetei	114
4.3.	Teorema lui Pitagora. Reciproca teoremei lui Pitagora	117
	<i>Teste de evaluare</i>	122
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G1)</i>	123
4.4.	Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic	125
4.5.	Ariile poligoanelor studiate	130
	<i>Teste de evaluare</i>	137
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G2)</i>	139
4.6.	Probleme cu caracter aplicativ	141

GEOMETRIE Capitolul 5. Cercul

5.1.	Elemente în cerc. Coardă, arc, unghi la centru	145
5.2.	Unghi, triunghi și patrulater înscris în cerc	149
5.3.	Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc	154
	<i>Teste de evaluare</i>	158
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G3)</i>	159
5.4.	Poligoane regulate	161
5.5.	Lungimi și arii în cerc	164
	<i>Teste de evaluare</i>	166
	<i>Fișă pentru portofoliul individual (G4)</i>	167
5.6.	Probleme cu caracter aplicativ	169

SINTEZE Capitolul 6. Subiecte pentru evaluările finale

6.1.	Variante de subiecte pentru teză	173
6.2.	Variante de subiecte pentru evaluarea finală	176

Soluții	183
----------------------	-----

CAPITOLUL 1

Calcul algebric

- 1.1. Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere
- 1.2. Înmulțirea și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere
- 1.3. Ridicarea la putere cu exponent întreg a numerelor reale reprezentate prin litere

Teste de evaluare

Fișă pentru portofoliul individual (A1)

- 1.4. Formule de calcul prescurtat
- 1.5. Metode de descompunere în factori
 - 1.5.1. Metoda factorului comun
 - 1.5.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat
 - 1.5.3. Metode combinate de descompunere în factori

Test de evaluare

Fișă pentru portofoliul individual (A2)

- 1.6. Ecuația de forma $x^2 = a$, $a \in \mathbb{Q}$

Test de evaluare

Fișă pentru portofoliul individual (A3)

- 1.7. Probleme cu caracter aplicativ

Tema 1.1.

Adunarea și scăderea numerelor reale reprezentate prin litere

Știm că $2\sqrt{5} + 7\sqrt{5} = (2+7)\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$. În general, $2a + 7a = (2+7)a = 9a$ unde a este un număr real. Numerele $2a$ și $7a$ se numesc *termenii* sumei $2a + 7a$, iar numerele 2 și 7 poartă numele de *coeficienții* lui a . În suma $3x + 2y$ numerele reale 3 și 2 se numesc *coeficienți*, iar x și y reprezintă *partea literală*.

O *sumă algebrică* este o sumă în care unele numere reale sunt reprezentate prin litere. Termenii *asemenea* ai unei sume algebrice sunt acei termeni în care apar aceleași litere ridicate la aceleași puteri.

Exemplu. În suma algebrică $7a - 2xy^2 - 4a + \sqrt{5} + 0,9xy^2 + 11\sqrt{5} + 5a$ sunt asemenea următorii termeni:

- $7a$ cu $-4a$ și cu $5a$, a căror sumă este $a(7 - 4 + 5) = 8a$;
- $-2xy^2$ cu $0,9xy^2$, a căror sumă este $xy^2(-2 + 0,9) = -1,1xy^2$;
- $\sqrt{5}$ cu $11\sqrt{5}$, a căror sumă este $\sqrt{5}(1+11) = 12\sqrt{5}$.

Adunând termenii asemenea, se spune că *se reduc termenii asemenea*, iar suma inițială este egală cu $8a - 1,1xy^2 + 12\sqrt{5}$.

Exerciții. Reduceți termenii asemenea din următoarele sume algebrice:

- $-7x + 12z^2 - 6xy + 9z^2 + 20x + 6xy + z^2$;
- $14x - 14y + 12z^2 - 14x + 6y - 8z^2 + 8y - 3z^2$;

Rezolvare. Folosind proprietățile de asociativitate și comutativitate, avem:

- $-7x + 20x + 12z^2 + 9z^2 + z^2 - 6xy + 6xy = (-7 + 20)x + (12 + 9 + 1)z^2 + (-6 + 6)xy = 13x + 22z^2$.
- $14x - 14y + 12z^2 - 14x + 6y - 8z^2 - 10x + 8y - 3z^2 = \cancel{14x} - \cancel{14x} + (-14 + 6 + 8)y + (12 - 8 - 3)z^2 = z^2$.

Proprietățile adunării numerelor reale

1. Asociativitatea: $(a + b) + c = a + (b + c)$, oricare ar fi $a, b, c \in \mathbb{R}$.
2. Comutativitatea: $a + b = b + a$, oricare ar fi $a, b \in \mathbb{R}$.
3. 0 (zero) este element neutru: $a + 0 = 0 + a = a$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.
4. Suma oricăror două numere opuse a și $-a$ este egală cu 0: $a + (-a) = -a + a = 0$, oricare ar fi $a \in \mathbb{R}$.

Observație. Suma dintre numărul real a și opusul numărului real b se numește *diferența* numerelor reale a și b și se notează cu $a - b$. Așadar, $a + (-b) = a - b$.



CUNOAȘTERE ȘI EXERSARE

1. În următoarele sume algebrice, subliniați termenii asemenea, conform modelului:

a) $2x$ + $3y$ + $6x$ - $3y$; b) $4x - 2y + y + 3x$; c) $3a - 4b + 4b - a$;
 d) $6m + 6p + m + 7p$; e) $3c + 4x + 5c - x + 6c$; f) $7b - z + 3b - 4z + b$.

2. Completați următorul tabel:

Suma algebrică	$2x + 4y$	$7x - y$	$5y + x$	$17x$	$-2, 5y + 0, (3)y$
Coeficientul lui x			1		
Coeficientul lui y		-1		0	

3. Completați următorul tabel:

Termenul	$6x$	$-4a$	$3,5b$	$\frac{3}{4}y$	$7xy$	$-3xy^2$	$-a^2b^2$	$3x^3$
Opusul termenului								

4. Reduceți termenii asemenea:

a) $8x - 6x =$ b) $5x + 3x - 6x =$ c) $5x + 2x - 4x =$
 d) $6x - x = 5x$ e) $8x + 9x + 10x =$ f) $11x - x - 10x =$

5. Reduceți termenii asemenea:

a) $7a - 2a + 3a + 12a =$ b) $8b + 4b - b + 2b + b =$
 c) $11c + 2c + 30c - 19c =$ d) $16d + 13d + 25d - 18d =$

6. Efectuați:

a) $(5x + 2x) - (3x + 4x) =$
 b) $7a - (2a + 3a) + (4a - a) =$
 c) $13y + (3y - 2y) - 2y =$
 d) $(16b - b) - (20b - 10b) =$

7. Efectuați:

a) $4x - 5x + 8x - 11x - 20x =$
 b) $3x - (x + 4x) + 12x - 15x =$
 c) $12y + (4y - 7y) - (-2y) =$
 d) $(22a - 30a) + (18a - 20a) + 10a =$

8. Efectuați:

a) $25x^2 + 10x^2 - 3x^2 + 8x^2 =$
 b) $(14x^2 - 6x^2) - (2x^2 + 4x^2) + 12x^2 =$
 c) $x^2 + 2x^2 + (3x^2 + 4x^2 - 5x^2) + 6x^2 =$

ACUMULARE ȘI CONSOLIDARE

9. Efectuați:

a) $x + 3y + 4x - 2y + x$;

b) $4x - x + 5y + 3x - 4y$;

c) $7a + 3b + a - 6b + b - 2a$;

d) $15a + 3c - 6c + 5a + 3c - 2a$.

Rezolvare. b) $\underline{4x} - \underline{x} + \underline{5y} + \underline{3x} - \underline{4y} = (4x - x + 3x) + (5y - 4y) = 6x + y$.

10. Calculați:

a) $(2x - y) + (3x + 4y) - x$;

b) $(7x + 2a) - (3a - x) + (-x + a)$;

c) $(a + 2b) - (a - 2b) - 4b$;

d) $(15c - 14d) + (15d - 14c) - (c + d)$.

Rezolvare. b) $(7x + 2a) - (3a - x) + (-x + a) = 7x + 2a - 3a + x - x + a = 7x$.

11. Calculați:

a) $3a + b + 2c - 2a + 2b - c + a$;

b) $4x - 2a + 2x + 3b + x + 4a + 5b$;

c) $6a + 5m - 3n + 5m - 6a + 3n$;

d) $12x - 3z + 4y + 2x + z - y + 2z - 3y$.

12. Calculați:

a) $4x^2 - 3a^2 + 6x^2 + a^2 - 2x^2$;

b) $6x^2 - 4y^2 - x^2 + 3y^2 + x^2 + y^2$;

c) $-3a^2 + 2b^2 + a^2 - b^2 + 4a^2$;

d) $m^2 + 2m^2 + 6n^2 + m^2 - 3n^2$.

Rezolvare. a) $\underline{4x^2} - \underline{3a^2} + \underline{6x^2} + \underline{a^2} - \underline{2x^2} = 8x^2 - 2a^2$.

13. Efectuați:

a) $2,5x + 3,7y - 1,6x + 0,3y + 0,1x$;

b) $2,6a + 3b - 1,7a - 0,3b + 0,1a$;

c) $1,2x - 0,4b + b + 0,8x - 0,6b$;

d) $0,25x - 1,1y + 0,25x + y + 0,5x$.

14. Efectuați:

a) $\left(\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{6}\right) - \left(\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}x + \frac{1}{6}x\right)$;

b) $\frac{3}{4}x + \frac{1}{3}x - \frac{5}{6}x + \frac{7}{12}x + \frac{1}{2}x$;

c) $\frac{x}{3} + \frac{2x}{5} - \frac{4x}{10} + \frac{7x}{3} - x + \frac{x}{3}$;

d) $\frac{26}{5}x - \frac{1}{2}x + \frac{7}{3}x - \frac{7}{6}x + \frac{18}{10}x$.

Indicație. a) $\frac{x}{2} = \frac{1}{2}x, \frac{x}{3} = \frac{1}{3}x, \dots$

15. Calculați:

a) $4\frac{1}{4}x + 2\frac{1}{5}a + 6\frac{1}{2}x + 3\frac{1}{2}a - \frac{7}{10}a - 8\frac{1}{3}x - \frac{5}{12}x$;

b) $2\frac{5}{6}x - \left(-\frac{1}{5}x\right) - 3\frac{1}{8}y + 5x + \left(-2\frac{1}{5}y + \frac{3}{4}y\right) - \left(\frac{1}{30}x - \frac{13}{40}y\right)$;

$$c) \left(-4\frac{1}{6}x^2 + 1\frac{1}{6}x^2\right) + \left(2\frac{1}{3}x^2 + 3\frac{3}{4}x^2\right) + \left(\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{3}x^2\right);$$

$$d) 1\frac{5}{18}a^2 - \left[\left(\frac{23}{54}a^2 - \frac{4}{27}a^2\right) - \left(\frac{11}{36}a^2 - \frac{1}{9}a^2\right)\right] - \frac{7}{36}a^2.$$

16. Calculați:

$$a) 3\sqrt{2}x + 4\sqrt{2}x - 5\sqrt{2}x + 7\sqrt{2}x;$$

$$b) \sqrt{50}x + \sqrt{32}x - \sqrt{72}x + \sqrt{128}x;$$

$$c) \sqrt{12}x + \sqrt{27}x - \sqrt{75}x + \sqrt{108}x + \sqrt{48}x;$$

$$d) \sqrt{20}x + \sqrt{125}x + \sqrt{45}x - \sqrt{180}x + \sqrt{320}x.$$

17. Calculați:

$$a) 3\sqrt{6}x + 4\sqrt{5}x - 5\sqrt{6}x + 7\sqrt{5}x;$$

$$b) \sqrt{28}x + \sqrt{63}x - \sqrt{20}x + \sqrt{45}x;$$

$$c) (2\sqrt{24} + \sqrt{54})a - \sqrt{44}a + (2\sqrt{6} + \sqrt{96})a + \sqrt{99}a;$$

$$d) 3\sqrt{6}a + (2\sqrt{150} - \sqrt{54})a + (\sqrt{192} - 2\sqrt{75})b + 7\sqrt{3}b - 10\sqrt{6}a.$$

18. Fie numerele: $A = 2x - 3$, $B = 4x - 7$ și $C = 6x - 5$. Calculați:

$$a) A + B;$$

$$b) A - B;$$

$$c) A + B + C;$$

$$d) A + (B - C);$$

$$e) -A + B - C;$$

$$f) (A - B) + (B - C) + (C - A).$$

19. Considerăm numărul $N = (3x^2 + y^2) - (x^2 + 1) + (1 - y^2)$.

$$a) \text{ Calculați } N, \text{ dacă } x = 2 \text{ și } y = -4;$$

$$b) \text{ Arătați că } N \geq 0, \text{ oricare ar fi } x, y \in \mathbb{R}.$$

20. Fie $A = (5 + 0,25x^2) - (2,5x^2 + 2,75) - (2,25 - 3,25x^2)$. Arătați că A este pătrat perfect, pentru orice valori ale numărului natural x .



APROFUNDARE ȘI DEZVOLTARE

21. Dacă $x + 2y = 5$ și $2x + y = 3$, calculați:

$$a) 3x + 3y;$$

$$b) y - x;$$

$$c) 4x + 5y;$$

$$d) 7x + 5y.$$

22. Efectuați:

$$a) x + 2x + 3x + \dots + 9x;$$

$$b) x + 2x + 3x + \dots + 25x;$$

$$c) x^2 + 2x^2 + 3x^2 + \dots + 100x^2.$$

23. Dacă $x + 2y - 5 = 0$, calculați $(3x + 6y - 14)^{1000}$.

24. Scrieți numărul $N = (4a^2 + 3b^2) - (3a^2 + 2b^2 + 8) + (12 - b^2)$ ca sumă de două pătrate.